

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля): Комбинаторные конструкции и производящие функции

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

Лапина И. Э., старший преподаватель

Базаркина О. А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 10 от 24.05.2017 года

Зав. кафедрой

Ладосшкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 11 от 27.06.2019 года

Зав. кафедрой

Ладосшкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой

Ладосшкин М. В.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000003557)

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - овладение основными методами комбинаторики; знакомство с классическими комбинаторными конструкциями, комбинаторными числами; формирование умения применять их к решению задач различных разделов математики; развитие логического мышления, математической культуры, в частности, математической интуиции; подготовка к профессиональной деятельности, пробуждение интереса к проблемам дискретного анализа.

Задачи дисциплины:

- формирование системы знаний и умений, связанных с построением комбинаторных конструкций;
- актуализация межпредметных знаний, способствующих пониманию места комбинаторики в теоретической информатике;
- ознакомление с основными комбинаторными конструкциями и типичными для соответствующей предметной области задачами их использования;
- формирование системы математических знаний и умений, необходимых для понимания основ процесса математического моделирования средствами комбинаторики;
- обеспечение условий для активизации познавательной деятельности студентов и формирования у них опыта математической деятельности в ходе решения прикладных задач, специфических для области их профессиональной деятельности;
- стимулирование самостоятельной деятельности по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.ДВ.09.04 «Комбинаторные конструкции и производящие функции» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 4 курсе, в 7 семестре.

Для изучения дисциплины требуется: знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Математика», «Информатика» на предыдущем уровне образования, а также при изучении «Алгебры», «Математического анализа», «Элементарной математики» в вузе.

Изучению дисциплины Б1.В.ДВ.09.04 «Комбинаторные конструкции и производящие функции» предшествует освоение дисциплин (практик):

Математический анализ;

Элементарная математика.

Освоение дисциплины Б1.В.ДВ.07.04 «Комбинаторные конструкции и производящие функции» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Комбинаторные конструкции и производящие функции», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- просвещение;
- образовательные системы.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (профессиональный стандарт Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

ПК-1. готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	
ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знать: - классификацию комбинаторных задач с точки зрения их содержания и методов их решения; - построение комбинаторных чисел: Каталана, Стирлинга, Эйлера; - производящие функции для некоторых комбинаторных чисел; - метод производящих функций для решения задач комбинаторики и теории чисел; уметь: - решать задачи комбинаторного типа олимпиадного уровня; - составлять и решать линейные рекуррентные соотношения; - применять различные методы при решении комбинаторных задач; владеть: - методами, способами и приемами решения комбинаторных задач; методом производящих функций.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Седьмой семестр
Контактная работа (всего)	36	36
Лекции	18	18
Практические	18	18
Самостоятельная работа (всего)	36	36
Виды промежуточной аттестации		
Зачет		+
Общая трудоемкость часы	72	72
Общая трудоемкость зачетные единицы	2	2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

Модуль 1. Комбинаторные конструкции:

Комбинаторные конструкции. Числа Стирлинга. Обобщенное правило включения и исключения. Приложения правила включения и исключения. Комбинаторные числа.

Модуль 2. Производящие функции:

Линейные рекуррентные соотношения. Производящие функции последовательности. Числа Каталана. Приложения производящих функций.

5.2. Содержание дисциплины: Лекции (18 ч.)

Модуль 1. Комбинаторные конструкции (10 ч.)

Тема 1. Комбинаторные конструкции (2 ч.)

Введение в дискретную математику. Различие между дискретной и непрерывной

математикой. Счет и перечисление как основные методы дискретной математики. Эффект «комбинаторного взрыва». Основные комбинаторные конструкции: размещения, сочетания, перестановки с повторениями. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множества

Тема 2. Числа Стирлинга (2 ч.)

Биномиальные коэффициенты, полиномиальная формула. Связь с комбинаторными конструкциями. Рекуррентная формула и комбинаторная конструкция для чисел Стирлинга второго рода. Рекуррентная формула и комбинаторная конструкция для чисел Стирлинга первого рода.

Тема 3. Обобщенное правило включения и исключения (2 ч.)

Формула включений и исключений (элементарный подход), с точки зрения теоретико-множественного подхода и ее приложение к решению задач. Обобщенная формула включения и исключения.

Тема 4. Приложения правила включения и исключения (2 ч.)

Задача о числе беспорядков, асимптотическая формула. Задача о числе сюръекций. Явное выражение для чисел Стирлинга второго рода.

Тема 5. Комбинаторные числа (2 ч.)

Явный вид, рекуррентные формулы и числовые треугольники для комбинаторных чисел.

Модуль 2. Производящие функции (8 ч.)

Тема 6. Линейные рекуррентные соотношения (2 ч.)

Линейные рекуррентные соотношения. Исторический аспект. Решение линейных рекуррентных соотношений методом характеристического многочлена.

Тема 7. Производящие функции последовательности (2 ч.)

Производящая функция числовой последовательности. Операции над производящими функциями. Таблица основных производящих функций.

Тема 8. Числа Каталана (2 ч.)

Числа Каталана. Различные модели для этих чисел. Выведение явной формулы для вычисления чисел Каталана.

Тема 9. Приложения производящих функций (2 ч.)

Задача о разложении числа в сумму слагаемых. Задача о числе граней многомерного куба. Задача о сумме степеней натуральных чисел. Прикладные задачи.

5.3. Содержание дисциплины: Практические (18 ч.)

Модуль 1. Комбинаторные конструкции (10 ч.)

Тема 1. Принцип Дирихле (2 ч.)

Введение в комбинаторику. Решение задач на принцип Дирихле

Тема 2. Комбинаторные конструкции (2 ч.)

По материалам лекции составление таблицы основных комбинаторных объектов и чисел. Типологизация задач и сравнительный анализ. Сравнение комбинаторных конструкций с повторением и без повторения. Формула Бинома Ньютона. Полиномиальная формула

Тема 3. Свойства числа сочетаний (2 ч.)

Доказательство свойств числа сочетаний комбинаторными методами

Тема 4. Обобщенное правило включения и исключения (2 ч.)

Обобщенное правило включения и исключения. Решение задач

Тема 5. Комбинаторные числа (2 ч.)

Комбинаторные числа. Решение задач. Обсуждение презентаций

Модуль 2. Производящие функции (8 ч.)

Тема 6. Линейные однородные рекуррентные соотношения (2 ч.)

Понятие линейных однородных рекуррентных соотношений. Решение рекуррентных соотношений методом характеристического многочлена

Тема 7. Операции над производящими функциями (2 ч.)

Составление таблицы производящих функций. Переход от замкнутого вида производящих функций к явному и обратно. Решение задач.

Тема 8. Приложения рекуррентных соотношений (2 ч.)

Решение задач олимпиадного уровня, приводящихся к рекуррентным соотношениям

Тема 9. Приложения производящих функций (2 ч.)

Решение задач олимпиадного уровня, приводящихся к производящим функциям

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Седьмой семестр (22 ч.)

Модуль 1. Комбинаторные конструкции (12 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Примерный вариант индивидуального домашнего задания.

Задача 1. Имеется девять положительных целых чисел, ни одно из которых не имеет простого делителя, большего, чем 5. Доказать, что среди этих чисел найдутся по крайней мере два числа, произведение которых представляет собой квадрат некоторого целого числа.

Задача 2. Доказать, что в любой выборке из 52 положительных целых чисел найдутся хотя бы два, у которых либо их сумма, либо их разность делится на 100.

Задача 3. Имеется произвольная последовательность $a_1, \dots, a_n$ целых чисел, не обязательно различных. Доказать, что в такой последовательности обязательно найдется отрезок $a_{k+1}, \dots, a_l$, сумма элементов которого делится на n .

Задача 4. Доказать, что в произвольном $(n+2)$ -м подмножестве множества $\{1, 2, \dots, 3n\}$ чисел

обязательно найдутся хотя бы два числа, разность которых строго больше n и строго меньше $3n$.

Задача 5. Сколько существует целых чисел между 0 и 999, содержащих ровно одну цифру 7? А хотя бы одну цифру 7?

Задача 6. Рассмотрим решетку m на n на плоскости Z^2 . Путем Деланной называется путь, соединяющий точку $(0, 0)$ с точкой (m, n) и состоящий из вертикальных, горизонтальных и диагональных отрезков. Количество $D_{m,n}$ таких путей называется числами Деланной. Вывести общую формулу для этих чисел.

Задача 7. Сколько существует трехзначных положительных целых чисел x , таких, что x и $2x$ содержат только четные цифры?

Задача 8. Назовем число убывающим, если последовательность цифр в нем убывает.

Например, 5420 – убывающее число. Как много существует убывающих чисел между 200 и 700?

Задача 9. Сколько существует бинарных (т.е. состоящих из цифр 0 и 1) строк длины n , содержащих k единиц? А бинарных строк, в которых никакие две единицы не стоят рядом?

Модуль 2. Производящие функции (10 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Примерный вариант индивидуального домашнего задания.

Задача 1. Решите с помощью обыкновенных производящих функций следующие линейные

рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами:

$$a_{n+1} = a_n + 2^n, a_0 = 0;$$

$$a_{n+3} = -3a_{n+2} - 3a_{n+1} - a_n, a_0 = 1, a_1 = a_2 = 0.$$

Задача 2. Определите производящую функцию $f(z)$ для чисел Фибоначчи. Получите с ее помощью явные выражения для чисел Фибоначчи.

Задача 3. Числами Люка (Lucas numbers) называются числа L_n , удовлетворяющие следующему рекуррентному соотношению: $L_{n+2} = L_{n+1} + L_n, n \geq 0; L_0 = 2, L_1 = 1$. Построить для них производящую функцию и найти явное выражение для L_n .

Задача 4. Пусть числовая последовательность $\{a_n\}$ описывает количество битовых строк

длины n , в которых между каждой парой единиц расстояние больше или равно трем.

Составьте рекуррентное соотношение для этой последовательности и найдите для неё

Подготовлено в системе 1С:Университет (000003557)

обыкновенную производящую функцию.

Задача 5. Решите с помощью экспоненциальных производящих функций следующие линейные рекуррентные соотношения:

$$a_{n+1} = 2(n+1)a_n + (n+1)!, \quad a_0 = 0,$$

$$a_n = na_{n-1} + n(n-1)a_{n-2}, \quad a_0 = a_1 = 1.$$

Задача 6. Доказать, что количество путей на плоскости, выходящих из начала координат, приходящих в точку с координатами (n, n) , состоящих из отрезков $(0, 1)$ и $(1, 0)$, и не поднимающихся выше диагонали $x = y$, описывается числами Каталана.

Задача 7. Рассмотрим задачу о перечислении путей на плоскости, выходящих из начала координат, состоящих из отрезков $(1, 1)$ и $(1, -1)$, заканчивающихся в точке $(2n, 0)$ на оси абсцисс и нигде не пересекающих эту ось. Такие пути на плоскости называются путями Дика. Установить биекцию таких путей с правильными скобочными последовательностями.

Задача 8. Установить биекцию множества плоских бинарных корневых деревьев, построенных на n вершинах, с правильными скобочными последовательностями длины $2n$, доказав, тем самым, что количество таких деревьев равно числу Каталана C_n .

Задача 9. Установить биекцию между всеми триангуляциями выпуклого $(n+2)$ -угольника и плоскими корневыми бинарными деревьями, построенными на n вершинах. Изобразить эту биекцию на рисунке для одной из конкретных триангуляций выпуклого шестиугольника.

Вид СРС: Выполнение компетентностно-ориентированных заданий

Подготовка презентации по теме «Комбинаторные конструкции», «Формула Бинома Ньютона», «Треугольник Паскаля. Биномиальные коэффициенты»

7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (разделы) дисциплины
ПК-1	4 курс, Седьмой семестр	Зачет	Модуль 1: Комбинаторные конструкции
ПК-1	4 курс, Седьмой семестр	Зачет	Модуль 2: Производящие функции

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

3D моделирование, Алгебра, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Аналитические методы исследования геометрических объектов, Вводный курс математики, Векторно-координатный метод решения геометрических задач, Визуализация и анимация в 3D редакторах, Внеурочная деятельность учащихся по информатике, Воспитательная работа в обучении математике, Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования, Геометрические и физические приложения определенного интеграла, Геометрия, Задачи с параметрами и методы их решения, Защита информации в компьютерных сетях, Игровые технологии в обучении информатике, Имитационное моделирование, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Интернет-технологии, Информационная безопасность в образовании,

Подготовлено в системе 1С:Университет (000003557)

Информационные системы, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике, Комбинаторные конструкции и производящие функции, Компьютерная алгебра, Компьютерная графика, Компьютерное моделирование, Компьютерные сети, Креативные технологии в педагогической деятельности учителя, Криптографические основы безопасности, Математические методы обработки экспериментальных данных, Математический анализ, Математическое моделирование, Методика обучения информатике, Методика обучения информатике в профильных классах, Методика обучения математике, Методика обучения математике в профильных классах, Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач, Методика подготовки к ГИА по математике, Методика подготовки учащихся к ГИА по информатике, Методика решения задач повышенной трудности по информатике, Методы аксиоматического построения алгебраических систем, Методы принятия решений, Методы решения задач ГИА по математике, Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем, Моделирование в системах динамической математики, Нестандартные методы решения математических задач, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Оптимизация и продвижение сайтов, Основные направления развития топологии, Основы вожатского дела, Основы психодиагностики личности и группы, Основы психологической безопасности субъектов образования, Особенности подготовки к ЕГЭ по математике на базовом уровне, Педагогический мастер-класс, Подготовка к ОГЭ по математике, Практикум по информационным технологиям, Применение систем динамической математики в образовании, Программирование, Проектирование в системах автоматизированного проектирования, Проектирование информационно-образовательной среды, Проектирование профессиональной карьеры педагогического работника, Профессиональная компетентность классного руководителя, Психология развития личности субъектов образования, Разработка интерактивного учебного контента, Разработка приложений в Microsoft Visual Studio, Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Решение задач по криптографии, Решение олимпиадных задач по информатике, Свободное программное обеспечение в образовании, Свободные инструментальные системы, Системы компьютерной математики, Современные проблемы геометрии, Современные средства оценивания результатов обучения, Современные технологии в обучении математике, Современный урок информатики, Современный урок математики, Специальные методы математического моделирования, Теоретические основы информатики, Теория рядов и ее приложения, Технологии дополненной и виртуальной реальности, Технологии разработки мобильных приложений, Технология обучения математическим доказательствам в школе, Технология обучения математическим понятиям в школе, Технология обучения учащихся решению математических задач, Технология работы с теоремой в обучении математике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по информатике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике, Тренинг профессионально-личностного роста, Численные методы, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементарная математика, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики, Элементы математического анализа в комплексной области, Элементы функционального анализа.

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	Зачет	
Повышенный	зачтено	90 – 100%
Базовый	зачтено	76 – 89%
Пороговый	зачтено	60 – 75%
Ниже порогового	незачтено	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
Зачтено	Студент знает: основные процессы изучаемой предметной области; закономерности историко-литературного процесса XVIII века, периодичность его развития, биографии крупнейших представителей отечественной литературы этого периода, содержание литературных произведений, а также их критические и научные интерпретации; Демонстрирует умение объяснять взаимосвязь событий, характера и поступков героев, роль художественных средств в раскрытии идейно-эстетического содержания произведения; Владеет литературоведческой терминологией, способностью к анализу художественных произведений XVIII века. Ответ логичен и последователен, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы, выводы доказательны.
Незачтено	Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.

8.3. Вопросы, задания текущего контроля

Модуль 1: Комбинаторные конструкции

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Опишите место комбинаторики в школьном курсе математики
2. Опишите место комбинаторики в профильном обучении школьников математике
3. Опишите комбинаторную конструкцию размещения с повторениями. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
4. Опишите комбинаторную конструкцию размещения без повторений. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
5. Опишите комбинаторную конструкцию для числа сочетаний и обоснуйте рекуррентную формулу для этой конструкции. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.

Модуль 2: Производящие функции

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Дайте определение степенного ряда. Опишите связь числовых последовательностей и функций.
2. Опишите методы решения рекуррентных соотношений.
Дайте определение степенного ряда. Опишите связь числовых последовательностей и функций.
2. Объясните, что такое рекуррентное соотношение, частное, общее его решения. Приведите примеры задач, сводящихся к рекуррентным соотношениям.
3. Объясните, какие рекуррентные соотношения называются линейными однородными рекуррентными соотношениями с постоянными коэффициентами.
4. Дайте определение производящей функции последовательности, замкнутого вида производящей функции. Запишите таблицу производящих функций известных последовательностей.
5. Опишите алгоритм применения производящих функций для решения рекуррентных соотношений. Приведите примеры

8.4. Вопросы промежуточной аттестации

Седьмой семестр (Зачет, ПК-1)

1. Опишите комбинаторную конструкцию размещения с повторениями. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
2. Опишите комбинаторную конструкцию размещения без повторений. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
3. Опишите комбинаторную конструкцию для числа сочетаний и обоснуйте рекуррентную формулу для этой конструкции. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
4. Объясните, что такое бином Ньютона и биномиальные коэффициенты. Опишите построение треугольника Паскаля. Приведите конкретные примеры применения этих формул.
5. Опишите комбинаторную конструкцию для числа сочетаний с повторениями. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
6. Опишите комбинаторную конструкцию перестановок с повторениями. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
7. Опишите комбинаторную конструкцию упорядоченного разбиения множества. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
8. Установите связь упорядоченных разбиений множества и перестановок с повторениями. На конкретном примере проиллюстрируйте эту связь.
9. Опишите комбинаторную конструкцию неупорядоченного разбиения множества. Приведите формулы для вычисления и примеры задач на применение этих формул.
10. Объясните построение чисел Стирлинга 2 рода. Обоснуйте рекуррентную формулу и приведите пример вычисления по этой формуле для небольших значений аргументов.
11. Объясните построение чисел Стирлинга 2 рода. По рекуррентной формуле постройте вычислительную таблицу, аналогичную треугольнику Паскаля для числа

сочетаний.

12. Объясните построение чисел Стирлинга 1 рода. Обоснуйте рекуррентную формулу и приведите пример вычисления по этой формуле для небольших значений аргументов.

13. Объясните построение чисел Стирлинга 2 рода. По рекуррентной формуле постройте вычислительную таблицу, аналогичную треугольнику Паскаля для числа сочетаний.

14. Опишите, каким образом можно определить, какая комбинаторная конструкция применима для решения конкретной задачи. Систематизируйте свои выводы.

15. Проиллюстрируйте простейшую формулу включения и исключения на диаграммах Эйлера-Венна. Объясните ее применение для подсчета количества чисел, кратных 3, 5 или 7.

16. Объясните построение обобщенной формулы включения и исключения. Докажите эту формулу для случая подсчета суммы весов элементов, не обладающим ни одним из свойств. Приведите пример применения этой формулы.

17. Объясните построение обобщенной формулы включения и исключения. Докажите эту формулу для случая подсчета суммы весов элементов, обладающих ровно m свойствами. Приведите пример применения этой формулы.

18. Сформулируйте определение беспорядка, как частного случая перестановки. Приведите решение задачи о числе беспорядков. Проиллюстрируйте на примере.

19. Сформулируйте определение сюръекции, проиллюстрируйте как задачу о шарах. Приведите решение задачи о числе сюръекций. Проиллюстрируйте на примере.

20. Объясните построение комбинаторной конструкции для чисел Стирлинга 2 рода. Выведите явную формулу для вычисления этих комбинаторных чисел.

21. Объясните, как правило включения и исключения применяется в теории чисел. Выведите явную формулу для функции Эйлера, запишите формулы обращения.

22. Объясните, что такое рекуррентное соотношение, частное, общее его решения. Приведите примеры задач, сводящихся к рекуррентным соотношениям.

23. Объясните, какие рекуррентные соотношения называются линейными однородными рекуррентными соотношениями с постоянными коэффициентами. Что такое характеристический многочлен. Приведите алгоритм решения для случая простых корней. Проиллюстрируйте

24. Объясните, какие рекуррентные соотношения называются линейными однородными рекуррентными соотношениями с постоянными коэффициентами, что такое характеристический многочлен. Приведите алгоритм решения для случая кратных корней. Проиллюстрируйте.

25. Объясните, какие рекуррентные соотношения называются линейными неоднородными рекуррентными соотношениями с постоянными коэффициентами. Приведите алгоритм поиска частного решения. Проиллюстрируйте.

26. Дайте определение производящей функции последовательности, замкнутого вида производящей функции. Запишите таблицу производящих функций известных последовательностей.

27. Опишите алгоритм применения производящих функций для решения рекуррентных соотношений. Приведите примеры.

28. Приведите примеры применения производящих функций для доказательства тождеств и решения комбинаторных задач.

29. Опишите построение экспоненциальной производящей функции. Выведите формулы обращения. Приведите пример применения.

30. Опишите производящие функции для чисел Стирлинга 1 и 2 рода. Установите связь между ними.

31. Объясните построение чисел Каталана. Выведите явную формулу для этих чисел.

32. Приведите различные модели для чисел Каталана. Опишите их применение для решения задач.

умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Зачет служит формой проверки усвоения учебного материала практических занятий, готовности к практической деятельности, успешного производственной и учебной практик и выполнения в процессе этих практик всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Собеседование (устный ответ) на зачете

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

9.1 Список литературы

Основная литература

1. Дехтярь, М.И. Основы дискретной математики : [16+] / М.И. Дехтярь. – 2-е изд., испр. – Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. – 184 с. : граф. – (Основы информационных технологий). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428981> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-94774-714-0. – Текст : электронный.

2. Костюкова, Н.И. Комбинаторные алгоритмы для программистов / Н.И. Костюкова. – 2-е изд./, исправ./ – Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. – 217 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429067>. – Текст : электронный.

3. Судоплатов, С.В. Дискретная математика : учебник : [16+] / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. – 4-е изд. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2012. – 278 с. – (Учебники НГТУ). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135675> . – ISBN 978-5-7782-1815-4. – Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие для вузов / С.В. Яблонский; под ред. В.А. Садовниченко. - 4-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2006. - 384 с. : ил. - (Классический университетский учебник).

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma - Математический анализ: учебники, лекции, сайты, примеры

2. <http://mathprofi.ru> - Высшая математика для заочников и не только.
3. <http://school-collection.edu.ru> - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- регулярно выполняйте задания для самостоятельной работы, своевременно отчитывайтесь преподавателю об их выполнении;
- изучив весь материал, проверьте свой уровень усвоения содержания дисциплины и готовность к сдаче зачета, выполнив задания и ответив самостоятельно на примерные вопросы для промежуточной аттестации.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные понятия и категории по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к промежуточной аттестации;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на аудиторном занятии;
- повторите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к обсуждению вопросов по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к аудиторным занятиям.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к промежуточной аттестации;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы;
- проработайте содержание источника, сформулируйте собственную точку зрения на проблему с опорой на полученную информацию.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro

2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационно-справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn----8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com(<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Лаборатория вычислительной техники. (№212, главный учебный корпус)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Лабораторное оборудование: автоматизированное рабочее место (компьютеры – 11 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещения для самостоятельной работы. (№225, главный учебный корпус)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

